

## 2つの「大森公式」を巡って (その2)

— 1995年兵庫県南部地震について「余震公式」を検証する —

岡本 義雄\*

### 1. はじめに

一般に、大地震の後は驚くほど多くの余震が発生するが、その後時間とともにその数は緩やかに減少する。前稿<sup>1)</sup>でも紹介したが、筆者は自作の地震観測システムをここ10年にわたり運用している<sup>2)</sup>。兵庫県南部地震の場合、地震直後の交通遮断のため、当日を地震計の管理に費やした(震源距離約60km)。その結果、余震の発生状況をリアルタイムで詳しく体験できた。身体に感じる地震もさることながら、無感の地震も数多く、筆者の自宅の食堂に置いた、PCのディスプレイ上に次々と、余震の波形が記録されていくのを、かたわらの被害状況を刻々と知らせるTVニュースの画面と交互に、かたずを飲んで見つめていたのを思い出す。本稿では、一般にあまりなじみのないもう1つの大森公式、余震の減衰に関する公式を検証する。

### 2. 余震の日別回数の減衰

#### (1) 余震記録の概要

筆者による地震記録ファイルからは地震当日(17日)分について400個の地震を識別できた。特に地震直後は余震の後続波形の最中にさらに次の余震が発生するなど記録が重なりあい、正確な余震の個数は識別できない。したがってこの17日の個数は、少し落ち着いてからの単体として識別できる余震の個数と考えた方がよいと思われる。さらに、器材のメンテナンスや、日時によってはアンプの原因不明の発振などに悩まされたこともあり、以下に述べる余震の個数には若干正確さを欠く部分もあるが、統計上の妨げとまではならないと考えている。なお、気象庁等の震源データと比較して、この地震の余震域の地震については概ね、 $M$ (マグニチュード)\*\*の検知限界は2.5~3.0の間に存在する。この17日の400個/日の観測数は平均2.7分に1回余震を観測した勘定になる(発震時5:46~24:00までの平均)。

#### (2) 兵庫県南部地震の余震の個数の日別変化

次に、この観測システムで観測した余震の個数を約2ヶ月半にわたって、日別に示したのが表1であり、グラフにすると図1となる。精密な研究には余

表1 兵庫県南部地震の余震の日別観測数(概数)

月日	個数	月日	個数	月日	個数	月日	個数
1月17日	400	2月6日	8	2月26日	1	3月18日	3
1月18日	187	2月7日	6	2月27日	1	3月19日	0
1月19日	125	2月8日	10	2月28日	3	3月20日	1
1月20日	53	2月9日	5	3月1日	2	3月21日	0
1月21日	38	2月10日	3	3月2日	2	3月22日	1
1月22日	22	2月11日	5	3月3日	3	3月23日	3
1月23日	22	2月12日	9	3月4日	3	3月24日	1
1月24日	26	2月13日	6	3月5日	5	3月25日	1
1月25日	18	2月14日	6	3月6日	2	3月26日	2
1月26日	27	2月15日	4	3月7日	2	3月27日	2
1月27日	18	2月16日	2	3月8日	4	3月28日	0
1月28日	6	2月17日	3	3月9日	5	3月29日	0
1月29日	4	2月18日	10	3月10日	2	3月30日	1
1月30日	10	2月19日	6	3月11日	2	3月31日	1
1月31日	13	2月20日	6	3月12日	5		
2月1日	11	2月21日	5	3月13日	2		
2月2日	13	2月22日	4	3月14日	2		
2月3日	11	2月23日	1	3月15日	1		
2月4日	5	2月24日	3	3月16日	1		
2月5日	7	2月25日	3	3月17日	1		

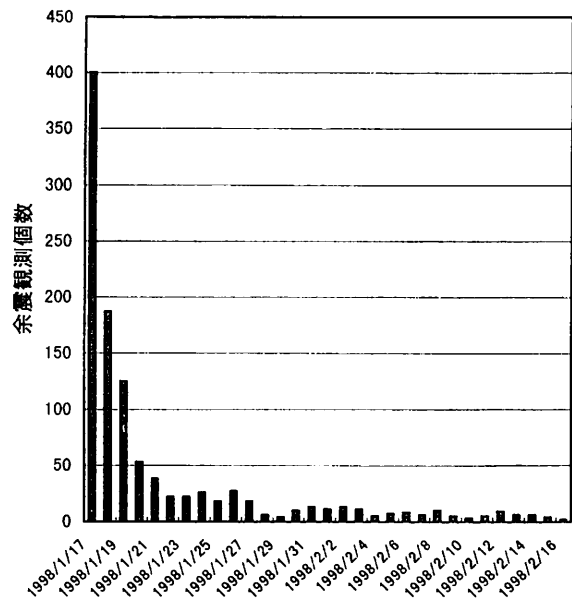


図1 表1のデータをグラフに示したもの(2/18以降は省略)

震かどうかの波形毎のチェックや、逆に何らかのトラブルによる欠測や記録システムのトリガーミス(地震の波を検知し損ねる)なども考慮する必要がある。しかし兵庫県南部地震とは直接関係しない自然地震の数は平均数個/週であり、この頃の余震数に比べるとその発生回数は1桁以上小さい。そこで、ここでは他の自然地震も含めて、P-S時間が5~10数秒のものをすべて余震として数えることとした。

\* 科学教育部 理科第二室

\*\*  $M$ について本稿では気象庁の値を用いる。

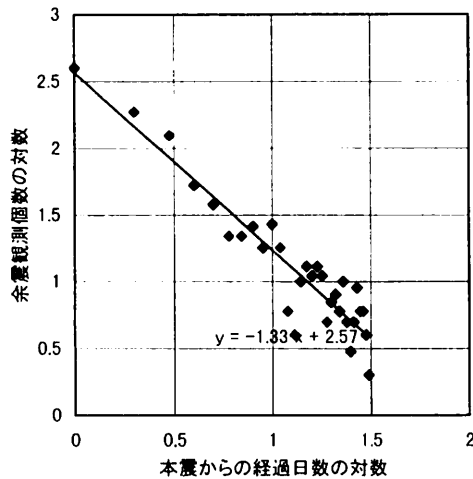


図2 図1のグラフの両軸を対数に代えたもの

このグラフより、余震個数の減少の傾向は全体として双曲線を描いていることが分かる。つまり余震の発生個数は最初は急激に、しかし時間がたつと緩やかに減少することがわかる。さらに今度は、個数と時間を共に対数で表すと、両者の関係はほぼ直線のグラフに乗ってくることが分かる(図2)。この傾向は濃尾地震(1891)などの余震数について、大森房吉により最初に定式化されたとされる。今、本震からの時間を  $t$ 、単位時間あたり観測された余震の個数を  $n(t)$  として式にすると以下のようなになる。

$$n(t) = K / (t + c)^p$$

ここで  $K$ 、 $c$  は定数、 $p$  は両対数グラフでの負の傾きを表し、1に近い値をとることが多い。 $p=1$  のときの上式を「大森公式」と呼び、 $p$  が1でないときは「改良大森公式」と呼ばれる<sup>3</sup>。本稿では以後、上式を大森の「余震公式」と呼ぶことにする。ここで  $c$  は大きな  $t$  に比して無視できる定数であり、 $p=1$  のとき上式は  $y = a/x$  の形の双曲線を表すことが分かる。なお、 $K$  は観測の検知限界により左右されるが、 $p$ 、 $c$  はどこまで小さな地震を数えるかにはよらず、それぞれの余震活動ではほぼ一定値をとる<sup>4</sup>。したがって、これまで観測値を余震発生個数として扱ってきたことは差し支えないことが分かる。 $p$  の値は  $p$  値と呼ばれ、余震活動の特徴を示す重要なパラメータとされる。また、 $c$  は本震後の「混乱」をスキップする量と考えればよく、通常1日未満のごく小さな値をとる。そこで、 $c=1$ 日と置き、この地震に関する定数をグラフより求めると、

$$K=371 \quad p=1.33$$

となる。 $p$  値は1より少し大きい。なお、専門家はこの余震の  $p$  値を1月20日～2月27日の活動について、

$$p=1.07 \text{ と求めている}^5。$$

### 3. 大森の余震公式の意味

次に、上記「余震公式」の意味を考える。一般に物理現象では時間  $t$  に対して、

$$y = A e^{-kt} \quad (A, k \text{ は定数})$$

の形の指数関数で表される減衰現象が多い(例えば、コンデンサーの電荷の放電や放射性元素の崩壊など)。ところが余震の減衰はそうではなく時間  $t$  のべきの式で表される形をしている。これは  $t$  のかなり大きな所まで余震が継続するというを示している。大森が精細に調査をした1891年濃尾地震の余震は、100年以上経った現在もまだ「余震公式」に忠実に伴って生じていることが示されている<sup>6</sup>。つまり、大地震は極めて長い間、地殻内部に微妙な影響を残すことが分かる。

さて、このような法則がなぜ成り立つのかは諸説あり、まだ定かではないが、1つの興味ある説明モデルを以下に紹介する。

#### 〈“基石モデル”による余震減衰の説明〉

筆者は一昨年“基石モデル”<sup>7</sup> と呼ばれる地震発生シミュレーションモデルの教材としての活用を論じた<sup>8</sup>。“基石モデル”は自然地震のサイズと個数(頻度)の分布(ゲーテンベルグ・リヒター則、G-R則)をうまく説明するモデルである。ここではこの際のPCによる数値シミュレーションを若干改良して、計算を行った結果を紹介する。

#### (1) 教材化“基石モデル”の概要

まず、教材化した“基石モデル”の概略を記す。今、2次元の断層面を考え、これを格子に分割する(以下図3参照)。

- ① 今一か所で破壊(☆)が生じたとし(これを地震の“種”と考える)、この破壊が前後左右4方向の格子に飛び火するかどうかを乱数で予想する(ある閾値を設けてそれを乱数が越えたとき、破壊が伝播し、越えないとき破壊がストップすると考える)。
- ② 図では1と2の格子が破壊(○)したことを示し、3と4の格子は破壊がストップ(×)したことを示す。今度は新たに破壊した格子で周囲に破壊が飛び火するかどうかを再び乱数で予想する。
- ③ 以後これを繰り返し、すべて×で囲まれるか、

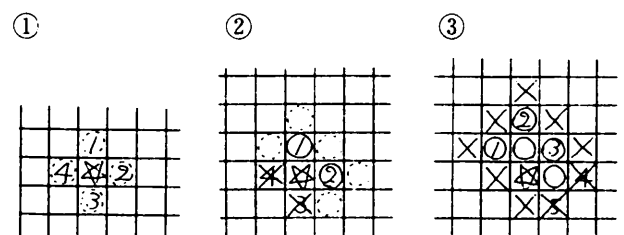
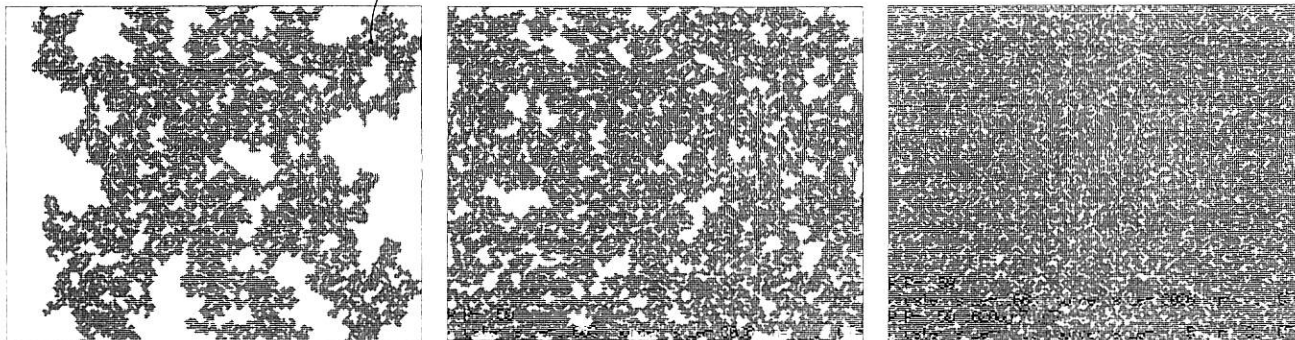


図3 教材化“基石モデル”の概要

本震の震源



- A. 本震 (全体が1個の地震) で破壊した格子 (黒で塗る) 伝播確率  $p=0.59$
- B. A. の未破壊の空白格子 (白) を余震が埋めていくようす. 余震数80 時刻 (計算上) 415
- C. さらに空白が埋められて残り少なくなっている. 余震数800 時刻20665

図4 “基石モデル”を応用した余震減衰シミュレーション (PCによる数値シミュレーションの画面経過)

他の破壊格子にぶつかるかしたときに1つの地震が終了する. このようにして破壊が次々と周囲の格子に飛び火すれば大地震に発展し, 早い内にストップすれば地震が小さいままで終わると考えるモデルである. この際, 閾値 (伝播確率) をコントロールすることで, モデルとして発生する地震の群れとしての性質を色々と確かめることができる.

(2) 余震減衰数値シミュレーション

ここでは, 最初に大きな地震 (本震) が発生しやすいよう, 破壊伝播の確率  $p$  を0.59と大き目の値にして, 計算を行う (この  $p$  は前章の  $p$  値とはまったく無関係な量である). 実はこの  $p=0.59$  というのは, “基石モデル” と数学的に等価と考えられる浸透モデルの2次元格子での臨界値に等しく<sup>9)</sup>, この時, 発生する “モデル地震” のサイズと個数の関係は  $G-R$  則を満たすことを確認している.

図4のA. が最初の破壊である. これが大きな本震による破壊と仮定してみる. 図の格子には割れ残りの格子がたくさん存在する. 余震はこういった場所で, 何らかのきっかけにより生じた破壊だと仮定し, 本震と同じように, 格子のどこかをランダムに選択し, そこに破壊の種を置いて破壊伝播計算を行ってみたのが今回のシミュレーションである.

ここでは, 時間経過の単位時間に1個ずつ破壊の種がランダムに格子のどこかに置かれると仮定する. ランダムに置かれた破壊の種が, すでに破壊された格子に置かれた場合は時間だけが経過し, 余震は起こらない. もし, 破壊の種がまだ未破壊の格子に置かれた時にはそこで余震の破壊が生じ, 周囲に確率  $p$  で伝播し, 周囲の破壊区域にぶつかれば伝播は終了するとし, 1回の余震が生じたとカウントする. この経過が図4のB. C. である. 時間がたつほど,

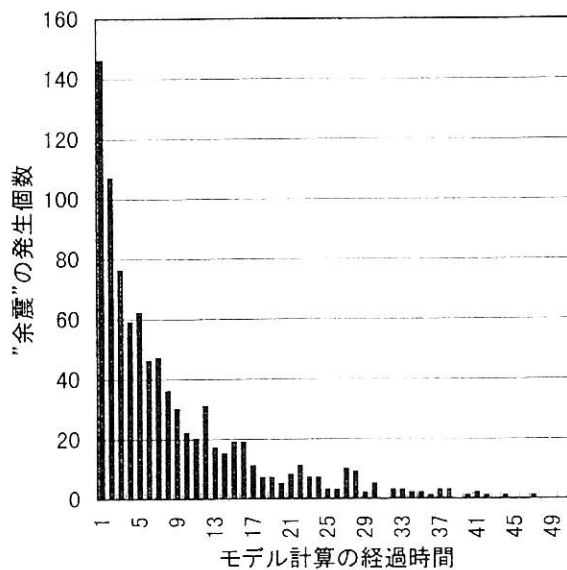


図5 “基石モデル”による“余震”数の時間変化

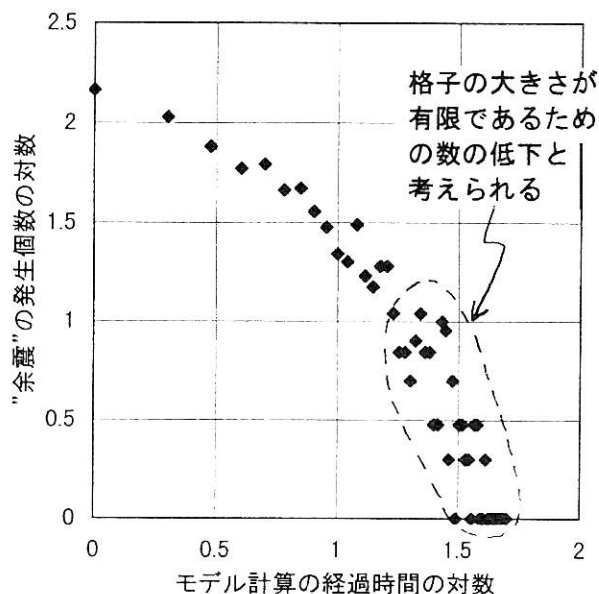


図6 図5の両軸を対数に変えたもの

格子の空白領域を余震が徐々に埋めていって、未破壊領域が少なくなり、単位時間あたりの余震の個数が減少するのが分かる。

### (3) 計算結果

このモデル計算での時間経過と余震の単位時間あたりの発生個数をグラフにしたものが図5、図6である。現実の余震の性質と計算モデルの結果の興味ある類似が見られる（図6でやや右端の分布が曲がるのは、格子間隔が有限であるためと考えている）。

### (4) モデル計算の意味

このことは一見うまく現象を説明しているかのように見えるが、断層を2次元と限定するなど、多くの仮定の上に立ったモデル計算であり、あくまで試論であることに注意してほしい。ただ、余震というものが本震を起こした断層面近傍での、未破壊の領域の破壊現象であろうということは多くの研究者により支持されている<sup>10)</sup>。自然現象のメカニズムのある側面を説明する興味あるモデルではないだろうか。

#### 〈余震公式と「フラクタル」〉

さて、このように両対数グラフで直線になる関係は前稿<sup>9)</sup>でも述べたとおり、「フラクタル」と呼ばれ最近、自然現象の新しい見方として注目されている。地震ではサイズと個数の関係のみならず、余震の個数と時間経過の間にもフラクタルな関係がみられるのは大変興味深い。この他にも地震に関しては、多くのフラクタルな関係が発見されていて地震という現象のメカニズム解明への1つの新しい手がかりになると注目されている<sup>11)</sup>。

### 4. 最大余震の大きさの問題

最後に、最大余震の大きさについても簡単に触れておく。大地震の後、もっと大きな地震が来るなどとデマが飛びやすいが、地震の後の最大余震の大きさについて詳細な報告が最近出された。詳しくは報告書<sup>12)</sup>に譲るが、下にその抜粋を示す。

#### 〈海域の地震（1926—1995）〉

$M \geq 7.0$  震源域に本震より大きな最大余震が生じた例は1例（択捉島沖1978年）のみ。

$7.0 > M \geq 6.5$  本震 ( $M_f$ ) と最大余震 ( $M_1$ ) の差が小さい ( $M_f - M_1 \leq 0.3$ ) のは18例で統計の12%に過ぎない。

#### 〈陸域の地震（1926—1995）〉

$M \geq 6.4$  本震より大きな余震の例なし。

$M \leq 6.3$  最大余震が本震を上回る場合や規模が近い例が若干出ている。

したがって、陸域の兵庫県南部地震クラス ( $M7.2$ ) の地震に限定すると、別の地域に大地震が続いた例

はあるが、本震の震源域にそれより大きい地震が起こる例は極めて少ないと言える。ちなみに兵庫県南部地震の最大余震はM5.4であった。例外が今後発生する可能性は否定できないが、余震の性質を正しく理解し、大地震の後の、根も葉もないデマに惑わされないよう心がけたいと思う。

### 5. おわりに

前稿の「距離公式」に引き続き、大森房吉の名を冠した2つ目の公式、「余震公式」を紹介した。この式は一般にはなじみが薄いですが、専門家が「大森公式」というときは、普通こちらの方を指している。それだけ余震活動の減衰の解析が現在の地震学で重要な位置を占めていることが分かる。最近ではこの公式とG-R則を組み合わせて、余震のうちの大きなものを確率的に予測しようという試みがすでに始まっている。本震の予知が難しいということは以前述べた<sup>9)</sup>が、本震の後の大粒の余震に関しては確率的にしろ予測できる可能性が今回の兵庫県南部地震で示された。大森の研究から100年余り、濃尾地震の余震のように、彼の「余震公式」は今後も脈々と生き続け、話題を提供するに違いない。

謝辞他：余震個数減衰のシミュレーションは“基石モデル”の考案者である九州大学名誉教授大塚道男氏から筆者に賜った「宿題」に端を発している。氏には“基石モデル”や本稿に関して、多くの貴重な御教示と示唆をいただいた。記して感謝いたします。なお、本研究には平成9～10年度文部省科学研究費補助金基盤研究C (No.09680207) 及び第36回下中研究助成金の一部を使用しました。

#### 引用・参考文献

- 1) 岡本義雄：大阪と科学教育13, 1 (1999)
- 2) 岡本義雄：大阪と科学教育5, 9 (1991)
- 3) 宇津徳治：地震学, 共立全書 (1977), 286pp.
- 4) 山科健一郎：地震の事典, 朝倉書店 (1987), p.155
- 5) 平田直：月刊地球 号外13, 63 (1995)
- 6) 松浦律子：パリティ11, No.5, 45 (1996)
- 7) 大塚道男；地震2, 24, 215 (1971)
- 8) 岡本義雄：大阪と科学教育11, 21 (1997)
- 9) 今野紀雄：確率モデルってなんだろう, ダイヤモンド社 (1995), p.22
- 10) 大塚道男：地震2, 29, 137 (1976)
- 11) 伊東敬祐：地震2, 44特集号, 381 (1991)
- 12) 地震調査研究推進本部地震調査推進委員会：余震の確立評価手法について (1998), 69pp.