

S S H (スーパーサイエンスハイスクール)

「プルーフ I」の 実践 (地学領域)

— 地球科学を題材に「複雑系科学」の解析手法を学ぶ —

Practices on Proof I (Geosciences category)

— Some analytical examples from complex system sciences
concerning with geosciences —

岡 本 義 雄

OKAMOTO Yoshio

附属天王寺中・高 研究集録 第 53 集 (平成 22 年度) 別刷

平成 23 年 3 月 発行

Bulletin of the Tennoji Junior & Senior High School

Attached to Osaka Kyoiku University

No.53 (March,2011)

大阪教育大学附属天王寺中学校
大阪教育大学附属高等学校天王寺校舎

SSH（スーパーサイエンスハイスクール）

「プルーフ I」の実践（地学領域）

— 地球科学を題材に「複雑系科学」の解析手法を学ぶ —

おか もと よし お
岡 本 義 雄

抄録：本校「プルーフ I」のデータを解析する手法についての part2 として、現在専門家により多用される「複雑系科学」の解析手法の一端を、地学的題材を基に、高校生にもわかりやすい例で紹介する教材を作成し生徒実習を行った。内容は「フラクタル」「カオス」「自己組織化臨界現象」の各概念の紹介と、その解析手法、とりわけ表計算ソフトや両対数グラフでサイズと個数の関係を統計的に見る手法を具体的なデータを扱いながら紹介した。例として地震の G-R 則、余震減衰、月・火星のクレータサイズ、Zipf の法則などを実際のデータを基に解析した。また平行して、複雑系解析の常套手段としてのセル・オートマトンの基本のうち、1 次元モデル、ライフゲーム、基石モデルなどにも触れたほか、応用モデルとして、「風紋モデル」「Boids」（鳥の群れのシミュレーション）などを紹介した。いずれも単純なルールから複雑な現象が現れる「複雑系科学」の真髄を示すことができるテーマである。同時に統計資料の作り方や見方についての、従来の高校で紹介する手法とは一味違う切り口が、生徒にとっては目新しい解析手法として、興味を引いたと思われる。また自然や社会現象の予測可能性についての議論も行った。

キーワード：プルーフ、SSH、複雑系科学、フラクタル、カオス、自己組織化臨界現象、セル・オートマトン

I. はじめに

「プルーフ I」の解析手法を学ぶ後半期 20 時間分の講座のうち、4 時間分（2 日分）を地学領域で行うことが決められた。筆者はその題材として、1990 年代以降、地球科学を中心に一世を風靡する「複雑系科学」に関連する内容を選んだ。これは元々筆者が興味を持って研究してきた分野であり、SSH（スーパーサイエンスハイスクール、以下 SSH と略す）指定以前に、10 年近くにわたり、SSH 指定前のプルーフの授業やその後の自主的な土曜講座として、生徒とともに実践してきた内容だからである。

SSH は多数の高校が指定されているが、その中でこれら「複雑系科学」に題材を求めた教材実践は現在までほとんど報告されていない。1) 元々これらの科学の発展の日の浅いため 2) それを本格的に大学などで学んだ若い教員がほとんど採用されていないこと 3) その応用の中心である地学が高校であまり開講されていないこと などが大きな原因

と考えられる。

しかし筆者はこれらの題材が、生徒にとっては意外性にあふれた興味深い題材であることをこれまでの実践で確認してきた。そこで本稿ではそれらの実践の手法や例を拡張し、今年度の「プルーフ I」で扱った、これらの関連教材の紹介と生徒実習として行ったときの問題点などを述べたい。なお「複雑系科学」の概略や用語の説明については多くの文献が出ているので本稿では省略する。また実習は現在継続中であり、詳細な結果報告は年度が終わりしだい、いずれ稿を改めて行う予定であるので、本稿では簡単な内容の紹介に留める。

II. 題材

1960-70 年代のローレンツやマンデルブロの先駆的研究に端を発する「複雑系科学」の方法論は現在、自然科学のみならず、経済学や社会学を巻き込み新しい統計解析手法のトレンドとして世界を席卷しつつある。そのキーワードは「フラクタル」(Mandelbrot, 1982) 「カオス」(Lorentz, 1961) 「自己組織化臨界現象」(Bak et.al.1987) などで代表される。この中でフラクタルは主として空間分布における複雑性、カオスは時間軸における複雑性、また自己組織化臨界現象はその両方を併せ持つものとしても見ることができるが、これらはたがいに密接に関連して自然現象の新たな解釈を導く重要な概念である。

フラクタルはその自己相似の特性が、デザインや CG の分野で応用され、概念の創始者のマンデルブロは自らの講演で好んで日本の「風神雷神」図や北斎の富士の波の絵を用いていた。本稿ではフラクタルの題材の中から、昔から有名な地震についてのサイズと個数の関係式 G-R 則 (Gutenberg-Richter 則) を取り上げる。また月や火星のクレータのサイズ-個数の関係についても取り上げる。さらに社会、経済現象との関連で英単語の頻度分布などに端を発する Zipf の法則を取り上げる。

カオスについては天気予報などとの関連を述べるほか、表計算ソフトの再計算機能を利用した簡単で本質的なカオスのグラフ表示を試みる (カオスの式は小倉, 1984 より)。自己組織化臨界現象については、Bak らの「砂山モデル」(Bak et.al.1987) について、計算機モデルとともに実際の砂を用いたアナログモデルの双方を取り上げる。またこれらと「基石モデル」(後述) や G-R 則との関連などにも少し触れる。そして、世の中の様々な現象の予測可能性についても生徒とともに考えたい。

またこれに平行して、これら「複雑系」の解析手法として一般的な「セル・オートマトン」の考え方や平易な実習を構築した。さらにその応用としての「ライフゲーム」(Conway, 1970) 「基石モデル」(大塚, 1971) 「風紋モデル」(たとえば Nishimori and Ouchi, 1993)、鳥や魚の群れの運動のシミュレーションである「Boids」(Reinolds, 1986) などを取り上げる。いずれも筆者が簡単なものを教材用に自作プログラムとして開発済みのものである。

なお、指数関数とべき関数の違いについての解析は重要であるが、ここでは最小限の定性的な性質についてのみ述べる。また経済学で最近話題の「ロングテール」(Chris Anderson, 2004) についても少しだけ言及する。

III. 方法と結果

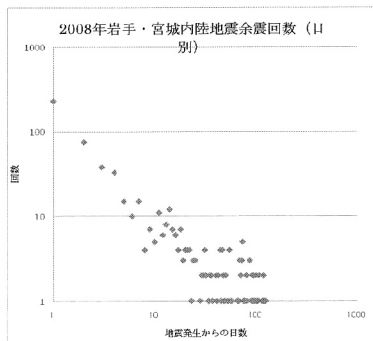
実習教材としては、両対数グラフ、表計算ソフト、格子を印刷した用紙、そして各種数

値データを用意する．ここでは簡単に内容を紹介する（詳細は文末の資料を参照してほしい）．

1) G-R 則

理科年表より日本列島付近の M（マグニチュード）別，地震回数の表より，個数とサイズ（M）の関係をプロットし，その良好な直線関係を確かめる（結果は岡本，1997 にある）．

後述する「基石モデル」のいわば“人工地震”での結果と比較すると面白い．



2) 余震回数のべき減衰

2008年岩手・宮城内陸地震など陸上に起きる M7クラスの地震の余震の日別個数データを基に，余震の回数が両対数グラフで直線になる，べき減衰しているのを確認する．詳細は参考文献（岡本，1999）を参照のこと．

3) クレータのサイズ-個数関係

本校地学部がクレータのカウンティングを行った火星表面の若い溶岩流表面におけるクレータのサイズ別頻度データを用いる．これも直線性がかなりよい．また Hartmann ダイアグラム（Hartmann,2005）より，火星表面の形成時代まで推定できるおまげがつく．なお元データ画像は，米国 Hirise のサイト（<http://hirise.lpl.arizona.edu/>）よりダウンロードした．この手法の詳細は別途報告する予定である．また月のクレータに関する作業は文献（岡本，2000）を参照．

4) Zipf の法則

企業の売上ランキングや世界の河川の長さランキング，湖沼の面積，島嶼の面積ランキングなど資料集のデータより，データを選んでプロットする．なかなか直線性のよいデータにはお目にかからないので生徒ごとに異なるデータを選ばせると生徒の熱心さが強まる．

5) カオスの式のグラフ化

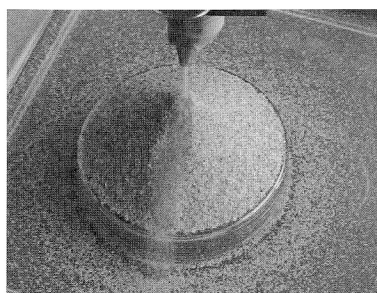
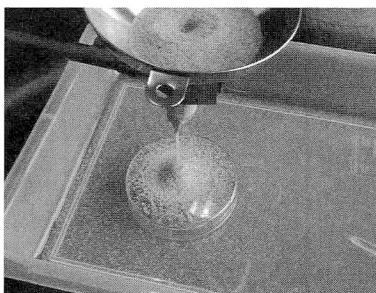
表計算ソフトの再計算機能を用いる．次の漸化式の初期値をわずかに変えて図示（資料1参照）．

$$X_{t+1} = 21/8 \cdot X_t - 28/8 \cdot X_t^3$$

6) 「基石モデル」の実習

格子を印刷した紙を用いて，基石モデルの実習を行う．詳細は文献（岡本，1997）にゆずる．

7) 「砂山モデル」を実際の砂山で行い動画を作成した（下図）．



8) 風紋のシミュレーション画像

風紋の自作シミュレーション画像と計算論理を紹介する (資料2参照)。

9) 「Boids」のシミュレーション

筆者作成のプログラムを実行し、計算論理を紹介する。プログラムは資料3に引用。

以上の実習を順不同で行った。

IV. 議論

目新しいテーマが多いので生徒は大変熱心に実習に取り組む。しかし問題点として

- 1) 数学で指数関数などに詳しく立ち入っていないので理論的な背景を説明するのにやや困難を伴う。
- 2) べき分布と正規分布の違いについても立ち入りたいが時間の制約があり、うまくなされていない。
- 3) 扱う範囲が広すぎるので個々の現象に関する十分な説明時間が取れず、どれだけ本質的な理解がなされているかの評価がまだできていない。
- 4) 扱う例も筆者の経験の範囲で選んでいるのでこれが、高校生に最適な例かどうかの検討はなされていない。
- 5) 「複雑系科学」はまだ発展途上であり、それらが扱うテーマは数学的基礎がきちんと確定しているわけではない。

などとくに取扱のレベルに関する検討不足が挙げられる。これらはまだ実習途中であり、今後実習を行ううえで検討を加え、改善できる部分は改善していきたい。しかし、これらの教材を高校生に試行する意味は上の不足を補ってあまりあると筆者は考えている。諸氏のご批判を仰ぎたい。

V. まとめ

高校生にはまだ、目新しい「複雑系科学」の基本にたった統計処理や計算機シミュレーションの論理の紹介を行った。そのスローガンは、『単純なルールが複雑な結果を招く』という自然現象や社会現象のなかにある、不思議なメカニズムを「複雑系科学」が解析する手法をみつけたという事実を生徒に感じ取ってほしいという著者の思いが込められている。またそれを通じて、最新の科学の解析手法を学ばせることの端緒を切り開けたと自負している。さらに自然科学の方向論が社会科学の方法論とクロスする最近の傾向まで紹介できる。実習を行う生徒の反応も今のところ上々である。今後さらに教材の発展を図っていきたい。

<謝辞>

基石モデルの教材化の端緒は松崎光弘氏 (株式会社 出藍社代表取締役) のご教示によるものです。

<参考文献>

Benoit Mandelbrot : "The Fractal Geometry of Nature", Freeman, 1982

Edward N. Lorenz: "Atmospheric predictability as revealed by naturally occurring analogues".
Journal of the Atmospheric Sciences, 1969

Bak, P., Tang, C. and Wiesenfeld, K.: "Self-organized criticality: an explanation of $1/f$ noise".
Physical Review Letters 59: 381-384, 1987.

大塚道男:地震の起こり方のシミュレーション(第二部 地震の規模別頻度分布),地震2,
24, 215-227

岡本義雄:地震のシミュレーションと地震予知 –"基石モデル"の教材化–,大阪と科学
教育, 11, 21-26, 1997

岡本義雄:2つの「大森公式を巡って」(その2) –1995年兵庫県南部地震について「余
震公式」を検証する–,大阪と科学教育, 13, 5-8, 1999

岡本義雄:月のクレーター再考,大阪と科学教育, 14, 17-20, 2000

小倉義光:一般気象学,東京大学出版会, 1984

William K.Hartmann: Martian cratering 8: Isochron refinement and the chronology of Mars, *Icarus*
174, 294-320, 2005

Nishimori and Ouchi: Formation of Ripple Patterns and Dunes by Wind-Blown Sand, *Phys. Rev.*
Lett. 71, 2841-2841, 1993

Reynolds, C. W.: Flocks, Herds, and Schools: A Distributed Behavioral Model, in *Computer*
Graphics, 21(4) (*SIGGRAPH '87 Conference Proceedings*) pages 25-34, 1987

Chris Anderson: "The Long tail," *Wired*, October 2004.

追記: 巻末資料

授業に用いたレジュメ類を<資料1, 2>で示し, 参考自作プログラムを<資料3>と
して添付する。

なお, 資料は本稿に掲載にあたり, 若干の内容変更, 追加がある。また資料中斜字体は
ネット上の百科事典 wikipedia などからの引用を示す。

<資料1>

2010年度 ブルーフ I (第1回レジュメ)

岡本担当 地学分野

§. 「複雑系とは何か」

素粒子論や宇宙論といったミクロとマクロの世界の研究は 20 世紀の前半に大きく進ん
だ。しかし, 肝心の身の回りの世界の解析はなかなか進まなかった。それはあまりにたく
さんの要素が関係する複雑な現象が多すぎて, 当時の計算能力と数学ではそれを完全に解
析したり, 予測することが困難であったからである。

ところが, そのような複雑な現象を解析する方法がようやく 20 世紀の末に続々と登場し
た。まず天気予報がなぜ難しいのかということに関して, ローレンツは「カオス」という
考え方をあてはめる。次に海岸線の形の複雑さを, マンデルブローは「フラクタル」とい
う概念を発見した。さらに地震や生物の進化という複雑な現象の一端をバクは「自己組織
化臨界現象 (SOC)」という新たな考え方を提示して, 見事に説明した。さらに, それまで
の微分方程式に頼る手法から, 格子モデル (セルオートマトン) や計算機科学の発展に伴

う新たな手法を開拓することになる。ここに至って、複雑な自然の中に隠された単純なルールを探すという「複雑系科学」という考え方が登場する。そして、それは自然現象だけでなく、経済現象、例えば株価の変動や都市の大きさといった社会的な解析へ、また、脳や我々の意識のあり方といった人間にまつわる様々な現象の解析へと留まるところを知らない発展ぶりを示している。「複雑系科学」の扱う題材はこのように、身の回りにありふれてふだん目にしているにも関わらず、意外と予測が難しいような現象を多く扱う。

1) 次に簡単に諸概念の解説を行う

「カオス」 Chaos

天気予報がなぜ外れるかという、将来に渡って予想する方程式は確立している。それは運動方程式と状態方程式である。

ところが、これらの方程式は元々、初期値にきわめて敏感である。つまりある日の天気を予想するにはその前の日の天気の情報を使うのだが、そのデータに少しでも実際のデータと異なる誤差が含まれていたり、その観測データが粗かったりすると、予測がどんどん外れてしまう。この現象をローレンツは「カオス」と呼んだ。つまり方程式はあるのに、その解を求めるための観測が有限であるため、誤差がどんどん溜まって予測がはずれるということである。これを専門家は「決定論的カオス」と呼ぶ。方程式がわかっているのに未来が十分正確に予測できない。天気予報の予測が基本的には難しいのはこれによる。

「フラクタル」 Fractal

地図に海岸線が描かれているとき、縮尺を示すスケールが入っていないと、どれくらいの範囲の地図か分からないことがよくある。これは海岸線の形だけでは、地図のスケールがわからないことを意味する。言葉を変えると、地図はどのような縮尺の地図でも、海岸線の形がよく似ているということを示す。つまり海岸線の形は「自己相似」であるということになる。これは人間や、他の様々なものがその平均的な大きさを持っているのに、自然界には平均的な大きさがない現象もたくさんあるということである。例えば、地震のサイズ、雲の輪郭、月の表面のクレータのサイズ、ある種のブロッコリの形、動物の血管の太さの分布などがこれにあたる。マンデルブロはこれを「フラクタル」と呼んだ。特に「地震のサイズの個数の関係」は昔からグーテンベルグ・リヒター則 (G-R 則) といわれ、地震という一見複雑な自然現象の中に隠された統計的に単純な性質をあぶりだす。なお、フラクタルは空間的な分布のときによく用いる言葉で、時間的に同じような現象が起こる場合を $1/f$ ゆらぎという場合がある。

「自己組織化臨界現象」 Self Organized Criticality (SOC)

1987年に Per Bak は「砂山モデル」という簡単なモデルを考えついた。砂山に砂を一粒ずつ落としていくと砂山ができるが、やがて砂山はある限界に達し、砂粒を一つ落としただけで小さな雪崩から砂山全体が崩れるような大きな雪崩まで起こす状態になる。彼はこれを「臨界状態」と呼んだ。この臨界状態では、生じる雪崩のサイズと個数の関係がみごとに「べき分布 (フラクタル分布)」になることが分かった。さらに彼はこれを実際の砂山ではなく、簡単な計算機上のモデル実験として計算し、見事な関係が導かれることを調べ

た. この「砂山モデル」は直後に地震のサイズと個数の関係 (G-R 則) を見事に説明したほか, 生物にまつわる諸現象や株価変動など社会的な現象の原因究明を目指して現在でもその様々な応用が研究されている. なお彼が自己組織化と呼んだのは, 砂山が何の手助けもなく自分で勝手に「臨界状態」に達することを呼んだのであるが, 現在では上記の生物や進化, 人間の脳の働き, さらには経済活動などさまざまな社会現象が誰が調整するのではなく, 自然に自己組織化し, 臨界状態に達していると考えられることが多くの研究者の努力でわかってきている. さらに興味深いのはこのように「臨界状態」に達した現象がほとんど例外なく, 未来の状態の予測が極めて難しい現象ばかりであることも解ってきている.

<セル・オートマトン(Cellular automaton, CA)>

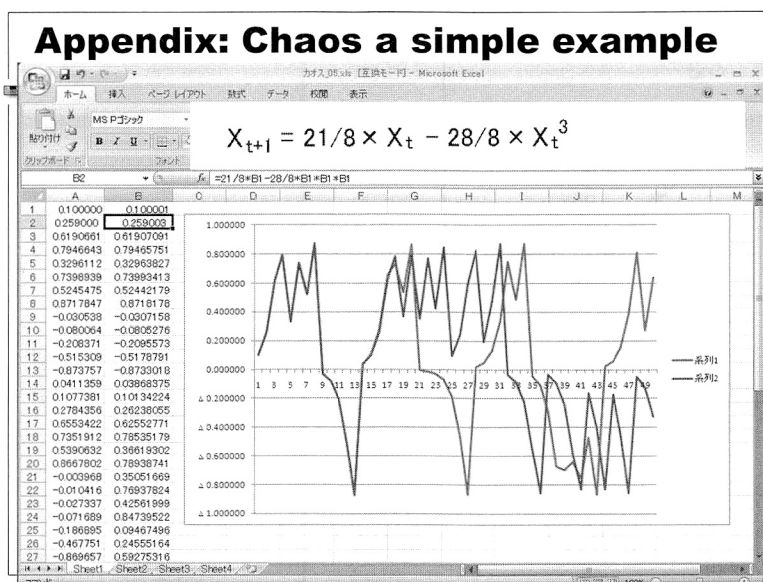
上記の性質を確かめるための計算手法で, 主として計算機のモデル化やシミュレーションに多用されるようになった. 自然現象を簡単な格子のモデルで置き換える. そのとき各格子の情報量を整数などで, 置き換える. そしてそこに単純なルールをあてはめて, 時間経過により格子の状態変化をみるというのがこの手法の特徴. 単純なルールから複雑な結果が得られることから, 様々な分野の計算やモデル化での応用がみられる. 古くはフォンノイマンなどに端を発し, 1970 年代のライフゲームや 1980 年代のウルフラムなどの研究で一躍確固たる地位を築いた.

2) 続いて上記の簡単な例を紹介する.

<カオスの例>

Ex1.たとえば次の漸化式をエクセルで再計算しグラフ化する.

$$X_{t+1} = 21/8 \cdot X_t - 28/8 \cdot X_t^3$$



⇒初期値はわずかに 0.000001 しか変わらないが, 計算結果は第 19 周期ごろから大きくずれてくる.

Ex2. ロバート・メイの式 (UK の生物学者ロバートメイは、生物の世代交代における個体数の変遷を表す簡単な式を考えましたが、この式では大変ふしぎな性質が現れる。

$$X_{t+1} = r \cdot X_t \cdot (1 - X_t)$$

ここで、 t は世代 ($t=0,1,2,3,\dots$)、 X_t は世代 t における個体数を規格化した値 ($0 < X_t < 1$)、 r は繁殖率 ($0 < a < 4$) を示します。 r に色んな値を入れて、エクセルで再計算させてみよう。

<フラクタルを示す統計例>

Ex1. Gutenberg-Richter 則

地震のサイズと個数の関係の統計を取ると、地域や時代に関係なく、見事なべき分布がみられる。これを G-R 則と呼んでいる。簡単な例を授業で確かめてみよう。

またこれら、サイズと個数の関係の関連では、

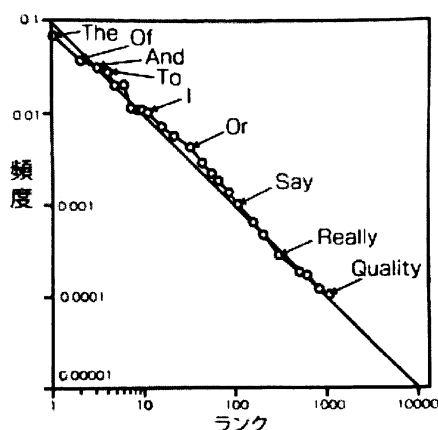
- ・ 海岸線の長さ と 図る道具の関係
- ・ 月や火星の表面のクレータのサイズと個数の関係
- ・ 山火事のサイズと個数の関係
- ・ 個人資産と人数の関係

など幅広い例がみられる。ネットなどでどんな例がほかにあるかを調べてみよう。

Ex2. Zipf の法則

自然現象や社会現象で、あるランキングを作るとそのランクと量や頻度の関係がみごとに「べき分布」となることがある。

有名な例として、単語の出現頻度 vs. ランク の関係。



ほかに、企業のランクと売上高の関係

GDP とランク

湖の面積とランク

川の長さ とランク

など興味深い例が観察される。ぜひ統計の資料をもとに面白い例を探してみよう。

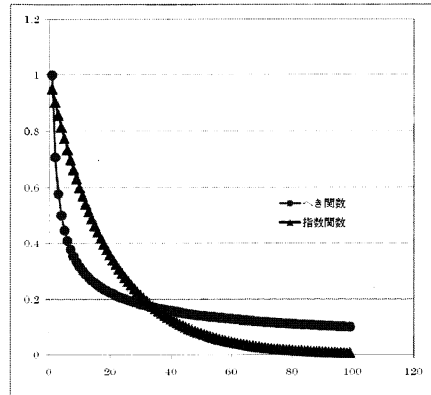
<べきと指数の違い>

指数関数 $y = a^x$

べき関数 $y = x^a$

右のグラフ

べきの方が減衰が速いが、遠くまで結構しぶとく長持ちする。



<自己組織化臨界現象>の例

Ex1. 砂山モデル (Bak-Tang-Wiesenfeld sandpile model, 英語版 wikipedia より)

The iteration rules for the 2D model are as follows:

Starting with a flat surface $z(x,y) = 0$ for all x and y :

Add a grain of sand: randomly choosing a site

$$Z(x,y) = z(x,y) + 1$$

And avalanche if $z(x,y) > z_c$:

$$Z(x,y) = z(x,y) - 4$$

$$Z(x+1,y) = Z(x+1,y) + 1$$

$$Z(x-1,y) = Z(x-1,y) + 1$$

$$Z(x,y+1) = Z(x,y+1) + 1$$

$$Z(x,y-1) = Z(x,y-1) + 1$$

This system is interesting in that it is attracted to its critical state, at which point the correlation length of the system and the correlation time of the system go to infinity, without any fine tuning of a system parameter. This contrasts with earlier examples of critical phenomena, such as the phase transitions between solid and liquid, or liquid and gas, where the critical point can only be reached by precise tuning (usually of temperature). Hence, in the sandpile model we can say that the criticality is self-organized.

<セル・オートマトン>の例

Ex1. ライフゲーム(Conway's Game of Life)は1970年にイギリスの数学者ジョン・ホートン・コンウェイ(John Horton Conway)によって考案された生命の誕生、進化、淘汰などのプロセスを簡易的なモデルで再現したシミュレーションゲームである。単純なルールでその模様の変化を楽しめるため、パズルの要素を持っている。(wikipedia より)





<セルの生死のルール>

誕生: 死んでいるセルに隣接する生きたセルがちょうど3つあれば、次の世代が誕生する。

生存: 生きているセルに隣接する生きたセルが2つか3つならば、次の世代でも生存する。

過疎: 生きているセルに隣接する生きたセルが1つ以下ならば、過疎により死滅する。

過密: 生きているセルに隣接する生きたセルが4つ以上ならば、過密により死滅する。
 右に中央のセルにおける次のステップでの生死の例を示す。生きているセルは■、死んでいるセルは□で表す。

維持(生)	誕生	死	
			

世代を経るごとのパターンの変遷が楽しい。

Ex 2. 基石モデル

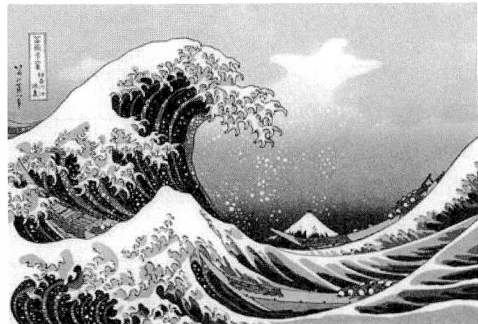
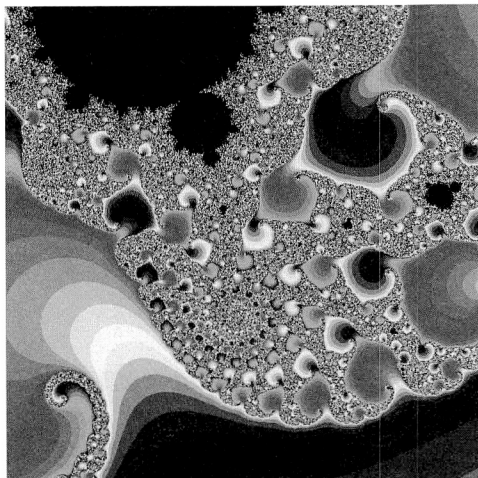
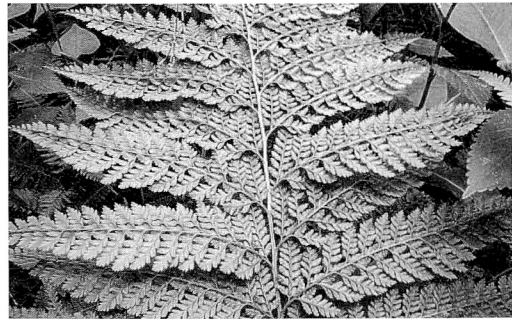
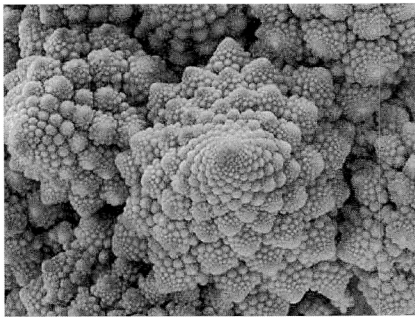
1971年に当時熊本大学にいた大塚道男が地震におけるG-R則の原因として考え出したコンピュータモデル。これを松崎光弘(当時大阪短期大学)が簡単なゲームに改良した(松崎, 1989 私信)。さらにそれを私(岡本)が鉛筆のサイコロを使うものに改良。

これは後に「浸透モデル」と物理の専門家が呼ぶものと同等と判明。現在ではこの改良版が様々な自然現象や社会現象のモデリングに用いられている。

3) 参考文献などは別紙

※ライフゲームや砂山モデルはネットで検索すると、フリーのものが幾つか見つかるので遊んでみると楽しい。

フラクタル図形の例 (Google の画像検索より, 一部図を省略)



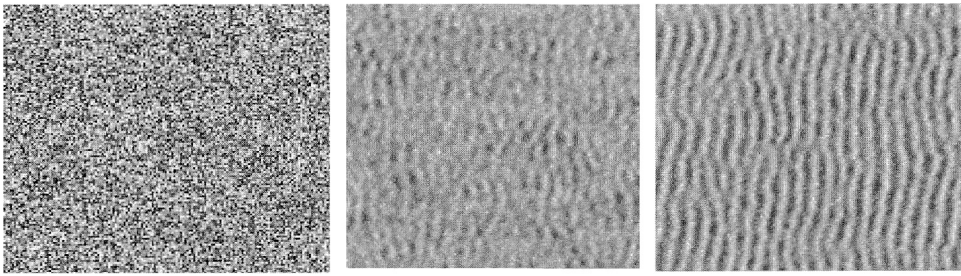
§. 複雑系の応用例

- ・単純なルールで再現される自然現象の例

<風紋>

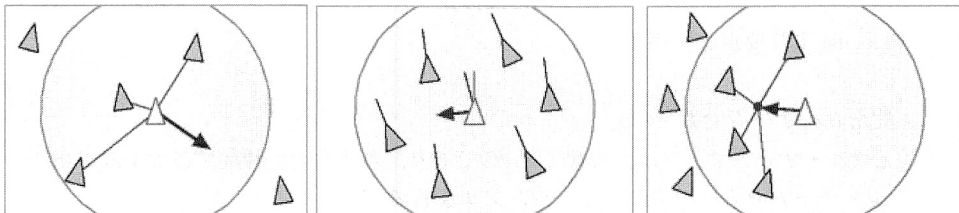
- 1) 高い場所ほど、遠くに砂が跳ぶ.
- 2) 跳んだ砂は周囲に平均化される.
- 3) 砂の表面はときどきならされる.

の 3 つの論理で作れる.



<鳥や魚の群れ>

Boids は Craig Reynolds が 1986 に発表したシミュレーションである (図とキャプションは下記著者の WebPage より)



Separation:
steer to avoid crowding
local flockmates

Alignment: steer towards
the average heading
of local flockmates

Cohesion: steer to move
toward the average position
of local flockmates

この上記 3 つの論理と、ときどき気まぐれに方向を変える鳥 (魚) を群れの中に設定するだけで、本当の生物の群れのような動きを PC 画面上に再現することができる。(筆者註: 本記事巻末の自作プログラム参照)

実際の計算結果は

<http://www.red3d.com/cwr/boids/>

で見れるので訪ねてみよう。

あと、「交通渋滞モデル」など興味深いものは他にもある。

§. もっと簡単な例：

< 1次元セルオートマトン(Cellular automaton, CA)> Wikipedia より

スティーブン・ウルフラム (Stephen Wolfram, 1959年8月29日 -) はアメリカ合衆国の Wolfram Research 社の創業者で最高経営責任者。また、理論物理学者でもある。

15歳にして素粒子論の学術論文を執筆し、オックスフォード大学を17歳で卒業。その後カリフォルニア工科大学 (CalTech) に進み、高エネルギー物理学、場の理論、宇宙論の研究を行った。20歳で理論物理学の研究により、カリフォルニア工科大学において Ph.D. の学位を取得。

その一方で、コンピューターを用いた代数計算の方法を検討していた。1981年にこのアイデアを具現化した数学ソフト (Mathematica の前身の SMP (Symbolic Manipulation Program)) を商業リリース。

1982年より、現在では『複雑系』に分類される自然界の複雑さについて研究。セル・オートマトンに関する革新的研究を行った。カリフォルニア工科大学、プリンストン高等研究所、イリノイ大学で教授を歴任した後、1986年に複雑系研究の学術センター、Wolfram Research Inc. を設立。同分野の学術雑誌を創刊した。

数学ソフト Mathematica の開発は1986年より行い、1988年6月23日に最初のバージョンをリリース。1991年にバージョン2をリリースした後は、Mathematica の開発と自然科学の研究を並行して行っている。

ノーベル物理学賞受賞者のリチャード・P・ファインマンをして、「カリフォルニア工科大学で次にノーベル物理学賞を受賞するのは彼だ」と言わしめた。 と wikipedia にある。以下 wikipedia より要点を引用する。

☆ 1次元セルオートマトンの例

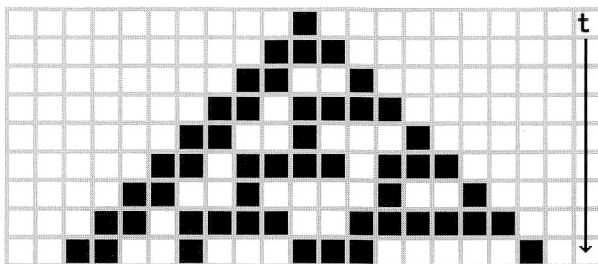
1次元セル・オートマトンは、線状(ひも状)であり、あるセルに隣接するセルは2個であり、セル・オートマトンの中でも最もシンプルなものである。

・「ルール 30」と呼ばれるのは、時刻 $t+1$ における中央のセルの内部状態一覧を並べると 0,0,0,1,1,1,1,0 となっており、この 2進数の数を 10進数に直すと 30 であるためである。このようにして 28 = 256 通りある 1次元セル・オートマトンのルールを分類しているのである。

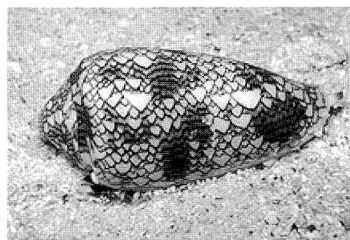
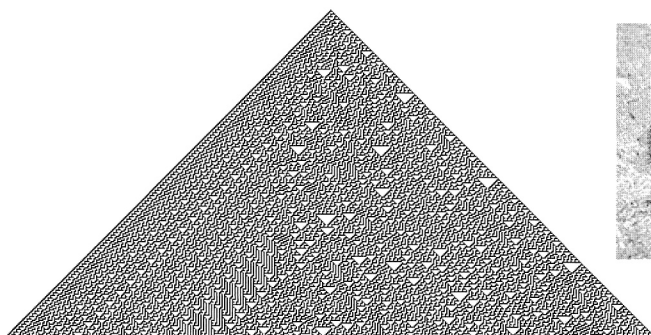
ルール 30

時刻 t での内部状態(左、中央、右)	111	110	101	100	011	010	001	000
時刻 $t+1$ での中央のセルの内部状態	0	0	0	1	1	1	1	0

下図は、最初の内部状態が1である1個のセルが、時間とともに発展する様子である。(線状のセルを、時間順に、下方へと並べている)



下図は、さらに時間が経過した様子。 右図はセル・オートマトン状模様の貝殻(イモ貝)



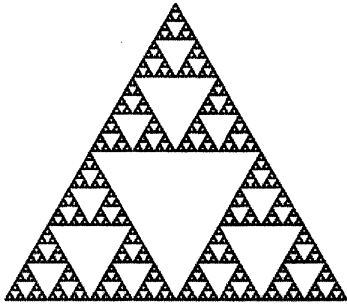
複雑で自己反復的な三角形の模様を作り出している。これはクラス4の典型的な振舞いである。ウルフラムはこのパターンが、ある種の貝殻の表面にある模様に変よく似ていることに気づき、セル・オートマトンこそが複雑な自然現象を説明するために重要な鍵を握っていると考えた。

・ルール90

また、ルール90の1次元セル・オートマトンは典型的なフラクタル図形であるシェルピンスキーのギャスケットを生成する。

ルール30

時刻 t での内部状態(左、中央、右)	111	110	101	100	011	010	001	000
時刻 $t+1$ での中央のセルの内部状態	0	1	0	1	1	0	1	0



<フラクタル分布の例>

- ・大きな地震の余震の推移
- ・火星表面のクレーターとそれに基づく年代測定（「クレーター年代学」）

<Zipfの法則の例>

- ・単語の発現頻度
- ・都市の人口ランク
- ・企業の売上ランキング
- ・論文の引用件数
- ・インターネットサイトの訪問件数
- ・生物における遺伝子発現頻度など

<あと参考文献など>

金子邦彦著 「生命とは何か」／東京大学出版会

<http://chaos.c.u-tokyo.ac.jp/lecture/ri3kougai2009.pdf>

M・ミッチェル・ワールドロップ著，田中三彦＋遠山峻征訳「複雑系」／新潮文庫

マークブキャナン著，水谷淳訳「歴史は『べき乗則』で動く」／早川書房

あと，福岡伸一さんのいくつかの本「生物と無生物の間」「世界は分けてもわからない」

<資料3>

授業での演示として，PC画面上に下記プログラムの実行画面を見せる。

<Boids（鳥の群れのシミュレーション）の自作プログラム>

N88Basicなので，Windows上のWinBASICなどで実行可能。

```
1000 '[Boids.bas]*****
1010 ' Cellular Boids
1020 ' prog.by Y.Okamoto 2001.08/13
1021 ' oc(0),oc(1),oc(2),oc(3),oc(4),oc(5),oc(6),oc(7)
1022 ' oc(0)=42150,37366,35448,34290,43069,35359,35590,35346
1024 ' 235499,191909,199449,213637,238531,194847,189090,220537
1030 '*****
```

```

1040 SCREEN 3: CONSOLE ,,0,0: CLS 3
1050 DMAX=22: TMAX=40000!
1060 XMAX=150: YMAX=100
1070 DIM X(XMAX),Y(YMAX),V(DMAX),F(XMAX,YMAX),OC(8)
1080 X00=0: Y00=0
1090 M=4
1100 PI=3.14159
1110 '--init
1120 FOR I=1 TO DMAX
1130   X(I)=INT(RND*DMAX)+20
1140   Y(I)=INT(RND*DMAX)+20
1150   IF F(X(I),Y(I))=1 THEN 1130
1160   IF RND>.8 THEN 1170 ELSE 1180
1170   V(I)=INT(RND*8): GOTO 1190
1180   V(I)=2
1190   F(X(I),Y(I))=1
1200 NEXT I
1210 '--time iteration
1220 WHILE(T<TMAX)
1230 LINE (X00,Y00)-(XMAX*M+X00,YMAX*M+Y00-4),1,B
1240 '--gravity center
1250 LINE ((MX-2)*M+X00,MY*M+Y00)-((MX+2)*M+X00,MY*M+Y00),0
1260 LINE (MX*M+X00,(MY-2)*M+Y00)-(MX*M+X00,(MY+2)*M+Y00),0
1270 SX=0: SY=0
1280 FOR I=1 TO DMAX
1290   SX=SX+X(I)
1300   SY=SY+Y(I)
1310 NEXT I
1320   FOR W=0 TO 100: NEXT W
1330   MX=SX/DMAX
1340   MY=SY/DMAX
1350 LINE ((MX-2)*M+X00,MY*M+Y00)-((MX+2)*M+X00,MY*M+Y00),6
1360 LINE (MX*M+X00,(MY-2)*M+Y00)-(MX*M+X00,(MY+2)*M+Y00),6
1370 '--
1380 FOR I=1 TO DMAX
1390   F(X(I),Y(I))=0
1400   XP=X(I)
1410   YP=Y(I)
1420   CIRCLE (XP*M+X00,YP*M+Y00),4,0,,,F,0
1430   IF RND>.96 THEN GOSUB *G.CENTER

```



```

1440 '--neighbor sites
1450   IF RND>.5 THEN GOSUB *NB.SITE
1460 '--heading orientation change
1470   'gosub *h.change
1480 '--site shifting
1490   IF V(I)=0 THEN XF=X(I)+1: YF=Y(I)
1500   IF V(I)=1 THEN XF=X(I)+1: YF=Y(I)+1
1510   IF V(I)=2 THEN XF=X(I) : YF=Y(I)+1
1520   IF V(I)=3 THEN XF=X(I)-1: YF=Y(I)+1
1530   IF V(I)=4 THEN XF=X(I)-1: YF=Y(I)
1540   IF V(I)=5 THEN XF=X(I)-1: YF=Y(I)-1
1550   IF V(I)=6 THEN XF=X(I) : YF=Y(I)-1
1560   IF V(I)=7 THEN XF=X(I)+1: YF=Y(I)-1
1570 '--avoid edge
1580   IF XF>XMAX THEN 1590 ELSE 1630
1590     XF=XMAX
1600     IF V(I)=0 THEN V(I)=4
1610     IF V(I)=1 THEN V(I)=3
1620     IF V(I)=7 THEN V(I)=5
1630   IF YF>YMAX THEN 1640 ELSE 1680
1640     YF=YMAX
1650     IF V(I)=2 THEN V(I)=6
1660     IF V(I)=1 THEN V(I)=7
1670     IF V(I)=3 THEN V(I)=5
1680   IF XF<0 THEN 1690 ELSE 1730
1690     XF=0
1700     IF V(I)=4 THEN V(I)=0
1710     IF V(I)=5 THEN V(I)=7
1720     IF V(I)=3 THEN V(I)=1
1730   IF YF<0 THEN 1740 ELSE 1780
1740     YF=0
1750     IF V(I)=6 THEN V(I)=2
1760     IF V(I)=7 THEN V(I)=1
1770     IF V(I)=5 THEN V(I)=3
1780 '--avoid other birds
1790   IF F(XF,YF)=1 THEN X(I)=XP: Y(I)=YP: V(I)=V(I)+4 ELSE X(I)=XF: Y(I)=YF
1800     V(I)=V(I) MOD 8
1810 '--display birds
1820 ' CIRCLE (XP*M+X00,YP*M+Y00),4,0,,,,F,0
1830   CIRCLE (X(I)*M+X00,Y(I)*M+Y00),4,5,,,,F,3

```

```

1840     F(X(I),Y(I))=1: 'PRINT V(I)
1842     OC(V(I))=OC(V(I))+1
1850     NEXT I
1860 WEND
1870 END
1880 '--gravity.center
1890 *G.CENTER
1900 DX=MX-X(I)
1910 DY=MY-Y(I)
1920 IF DX=0 AND DY<0 THEN ORI=6: RETURN
1930 IF DX=0 AND DY>0 THEN ORI=2: RETURN
1940 TH=ATN(DY/DX):'PRINT TH
1950 IF DX<0 THEN TH=TH+PI
1960 IF TH<0 THEN TH=TH+PI*2
1970 ORI=INT(TH*4/PI)
1980 V(I)=ORI:' PRINT ORI
1990 IF V(I)<0 THEN V(I)=V(I)+8
2000 V(I)=V(I) MOD 8
2010 RETURN
2020 '--neighbor site
2030 *NB.SITE
2040     PR=XMAX*10
2050     FOR K=1 TO DMAX
2060         R=SQR((XP-MX)^2+(YP-MY)^2)
2070         IF R<PR THEN PR=R: KK=K
2080     NEXT K
2090     IF RND>.8 THEN V(I)=V(KK)
2100 RETURN
2110 '--heading change
2120 *H.CHANGE
2130     IF RND >.9 THEN V(I)=V(I)+2: GOTO 1560
2140     IF RND >.9 THEN V(I)=V(I)+1: GOTO 1560
2150     IF RND >.9 THEN V(I)=V(I)-1: GOTO 1560
2160     IF RND >.9 THEN V(I)=V(I)-2
2170     IF V(I)<0 THEN V(I)=V(I)+8
2180     V(I)=V(I) MOD 8
2190 RETURN

```

Practices on Proof I (Geosciences category)

-Some analytical examples from complex system sciences concerning with geosciences.-

OKAMOTO Yoshio

Abstract:

Proof I geosciences consists of a series of exercises including the methods for statistics and analysis, which should be easily carried out by high school students. We developed and challenged some exercises which are based on the concepts of complex system sciences such as “fractals”, “chaos” and “self-organized criticality”. Also in this class, we tried to introduce a new analytical technique using modern sciences so-called “cellular automata”, most of which are enjoyed like simple board games by our students. The themes treated here are “the Gutenberg-Richter’s Law”, “the Omori’s decay law of aftershocks” and “the Sandpile model” from seismology, “the Zipf’s Law” from social sciences and “wave ripples” or “Boids” from computer science and some additional exercises. Our students can easily recognize that the simple rules create a complicated phenomenon as a fundamental basis of “Complex system sciences”, at the same time they discussed the predictability about the natural and human systems.

Key Words: SSH, Proof, fractals, chaos, self-organized criticality, Zipf’s law, Boids, cellular automata, predictability